

## ДВОЙСТВЕННЫЕ СЕТИ И СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

### DUAL NETWORKS AND NETWORK MODEL OF SOCIAL-ECONOMIC SYSTEM

*Метод двойственных сетей, основанный на инварианте двойственности, дает закон сохранения потока энергии и методы расчета сложных систем с переменной структурой, включая сетевые модели экономических систем для управления устойчивым развитием. Работа выполнена по гранту Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации в рамках научного исследования №НШ-1269.2008.9.*

И вот заработал Большой адронный коллайдер – грандиозный проект. Физики ищут бозон Хиггса, который должен содержать массу – массу всех элементарных частиц, всех атомов, всего вещества, всей Вселенной. Почему? Потому, что все остальное состоит из структуры, из связей, соединений между элементами систем. Галактики состоят из звезд, окруженных планетами. Планеты состоят из вещества, которое состоит из молекул. Молекулы состоят из атомов, атомы из ядра и электронов. Ядро – из протонов и нейтронов, связи между которыми обслуживают мезоны. Вроде бы все они состоят из кварков. И так далее? Везде мы видим связи, структуру. А где же материя, масса? Вот здесь и нужен бозон Хиггса. Хотя можно ли гарантировать, что он сам не состоит из каких-нибудь частей, связанных между собой...

Потоки энергии являются основой процессов, протекающих в нашем мире. Их описывают уравнениями поведения вида:

«воздействие» = «материя (сопротивление – метрика)» умноженное на «отклик».

Такие уравнения не содержат описания структуры связей процессов в системе. Графы, симплексы, комплексы описывают структуру, но они не содержат материи, метрики. В современной математике есть либо материя без структуры, либо структура без материи. Сложность современных систем, включая глобальную экономическую систему, требует соединения процессов и структуры в одной теории, в одном методе.

Американский инженер Г. Крон (1900 – 1968) первым осознал важность исследования структуры в применении к техническим системам. Ученый делает, чтобы знать. Инженер знает, чтобы делать. Задача ученого-исследователя – получить новое знание, о том, что уже *существует в природе*, о свойствах вещества, процессах, других явлениях. Задача инженера-конструктора – соединить элементы, содержащие новое знание, в конструкции, структуры и создать устройства, *не существующие в природе*, но обладающие заданными свойствами. Физики не занимаются структурой. Исследование структуры – задача инженера. Однако

оказалось, что структура даже одномерных сетей обладает такими свойствами, которые меняют представление о физике пространства. Технические системы преобразуют потоки энергии. При изменении структуры потоки энергии меняются, но по какому закону? Здесь надо сказать о тензорном анализе сетей и электрических машин Г. Крона.

Крон стал рассматривать электрические машины с единой точки зрения, как преобразователи потоков энергии. Электрические машины считались столь сложными системами, что для каждого типа создавалась своя теория (а порой и несколько). Теорию Крона критиковали, однако сегодня она признана. Профессор И.П. Копылов в своем учебнике по электрическим машинам считает ее фундаментом. «Основателем обобщенной теории электрических машин является Г. Крон, который в 30-х годах предложил уравнения обобщенной машины. В последние десятилетия благодаря применению ЭВМ усилиями многих ученых-электромехаников обобщенная теория электрических машин получила дальнейшее развитие. ...Большинство успехов в теории и практике электромашиностроения связано с математической теорией электрических машин».

Суть тензорного метода состоит в признании инвариантности объекта в пространстве (геометрического объекта, измеримой величины в физике, технике или экономике). Реальный объект существует независимо от субъективных систем координат, в которых объект представлен (измерен). Если компоненты при изменении координат преобразуются по линейным законам (матрицей преобразования базиса), то это признак измеримости объекта; это тензор. Если компоненты тензора ненулевые в одной системе координат, то они ненулевые и в любой системе координат. И, наоборот, если компоненты тензора нулевые в одной системе координат, то они нулевые в любой системе координат. Т.е., реальный объект не исчезает при изменении координат, и не возникает из ничего.

Обобщением понятия тензора является абстрактная система для процессов и структуры одного типа, а конкретные системы рассматриваются как ее «проекции» в координаты, заданные структурой связей. Это позволяет создать математические сетевые модели в разных предметных областях. Например, обобщенная, абстрактная электрическая машина Крона в минимальной форме реализует процесс электромеханического преобразования потока энергии. Другие электрические машины отличаются от обобщенной машины количеством элементов, осуществляющих этот процесс, и количеством связей между ними. Переход от одной машины к другой задает матрица преобразования, которая показывает, как отличаются структуры соединения машин. При переходных режимах в машине, ускорении, качаниях, меняется кривизна представляющего ее пространства, подобно тому, как гравитация меняет кривизну пространства согласно теории относительности. А. Эйнштейн считал, что Крон распространил в область техники идеи общей теории относительности. Н.

Винер отметил, что Крон ввел новый язык, который позволяет не только поставить задачи расчета машин единым образом, но и дать новые методы решения таких задач.

За что же критиковали тензоры Крона? За недопустимые с точки зрения математики преобразования, которые он использовал при получении тензорных формул преобразования вектора напряжения и матрицы (тензора) комплексного сопротивления. За постулат об инварианте мощности при изменении структуры сетей. И вообще – как это простой инженер применяет высокие абстракции для расчета «приземленных» машин? Но данный метод давал правильные результаты, подтверждаемые практикой. А мощность при соединении и разъединении ветвей меняется. Противоречие налицо. В чем дело?

Контурный метод и узловый метод расчета цепи Крон представил как преобразования тензоров в пространстве сети, где сопротивление – метрический тензор, а ток и напряжение – контравариантные и ковариантные векторы. Используются матрицы преобразования, связывающие токи в контурах (свободных ветвях) простейшей сети с токами в контурах соединенной сети (или напряжения на свободных ветвях с напряжениями в связанной сети). Это матричная запись законов Кирхгофа для получения уравнений *соединенной* сети. Крон утверждает, что при соединении ветвей рассеиваемая мощность (поток энергии) в электрической цепи не меняется – поскольку не меняются источники тока и напряжения.

Постулат об инварианте мощности дает тензорную формулу преобразования напряжения – важный пункт тензорного анализа сетей. Однако известно, что *мощность меняется при изменении связей*.. Это следует из теоремы Волавера в теории графов о неусилении мощности в резистивной сети. Суть доказательства в том, что в ориентированном графе каждое ребро находится либо в ориентированном цикле, либо в ориентированном сечении, либо отсутствует в обоих.

По сути дела, уменьшение мощности при соединении свободных ветвей вызвано уменьшением числа базисных путей, уменьшением размерности подпространства. В самом деле, если свободные ветви все замкнутые, то при соединении часть контуров придется разомкнуть. Подпространство замкнутых путей станет меньше; на столько же увеличится размерность подпространства разомкнутых путей. Ясно, что матрица преобразования замкнутых путей (для контурного метода расчета), которую обозначают  ${}^mC$ , будет прямоугольная, для нее *не существует обратной матрицы*. Но это матрица преобразования путей, т.е. координат, а преобразования координат в геометрии образуют группу. Это, помимо прочего, означает, что для каждого преобразования существует обратное преобразование. Значит, *матрицы преобразования структуры группу не образуют*. Но тогда структура должна иметь свой закон преобразования; иначе, произведя соединения, мы не

имеем математического механизма для того, чтобы сделать разъединения, и вернуться в исходное положение.

Если свободные ветви все разомкнутые, то при соединении часть открытых путей придется замкнуть. Матрица преобразования разомкнутых путей (для узлового метода расчета), которую обозначают  ${}^jA$ , будет прямоугольная, и для нее также не существует обратной матрицы.

Итак, мощность меняется при изменении связей, а тензорный анализ сетей предполагает обращение прямоугольной матрицы. Однако тензорный метод расчета цепей и машин дает правильные результаты. Получается диалектическое противоречие. Автор нашел закон изменения мощности. Оказалось, что решение, в согласии с законами диалектики, лежит в другой «плоскости». Рассеиваемая мощность меняется в одной сети при изменении связей, но постоянна в сумме двух сетей: сети и двойственной сети.

Постоянство мощности в *физических* цепях с двойственной структурой обеспечивают абстрактные, *математические* свойства структуры связей; фундаментальный закон двойственности структуры. Это инвариант, который связывает метрические матрицы (матрицы решения) двойственных сетей.

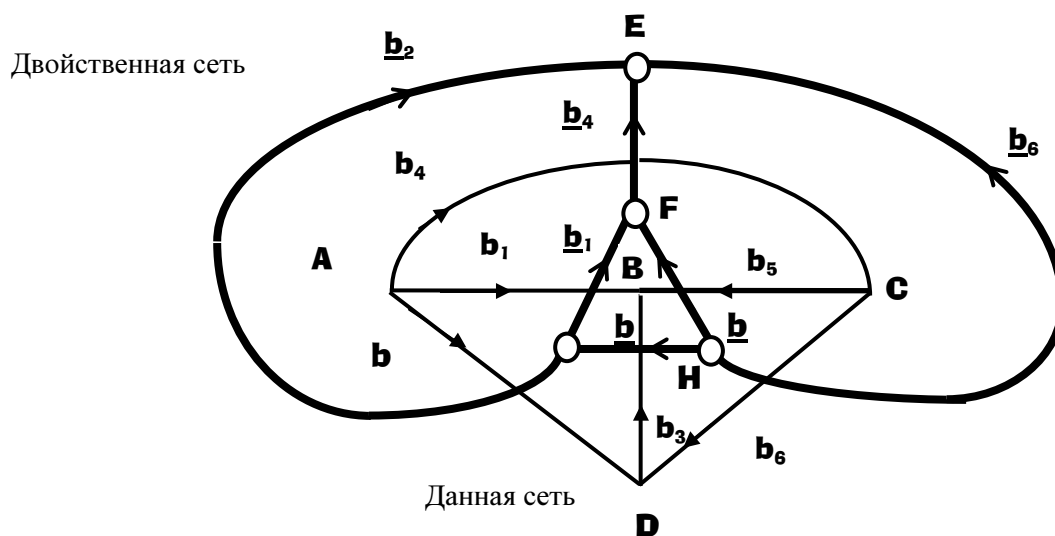
Все пути в природе либо замкнуты, либо разомкнуты, открыты. Начав движение, мы либо вернемся «домой в конце пути», и круг замыкается, либо не вернемся. Размыкание контура дает открытый путь, а замыкание открытого пути дает контур.. Преобразование путей друг в друга при изменении связей ветвей сети составляет преобразование структуры. Замкнутые и разомкнутые пути дополняют друг друга. Свободные, не связанные ветви могут быть замкнутыми, тогда двойственные свободные ветви разомкнутые; либо наоборот.

В сети двойственными являются замкнутые и разомкнутые пути, воздействия и отклики, внешние и внутренние воздействия, сеть и двойственная к ней сеть (ее величины обозначим подчеркиванием). Если соединить две ветви, то два узла сливаются (уменьшая число узлов). Возникает новый независимый контур, растет размерность подпространства замкнутых путей,  $m$ . При этом исчезает разомкнутый путь, уменьшая размерность базиса разомкнутых путей,  $j$ . Общая размерность пространства путей в сети не меняется, она постоянна и равна количеству элементов – ветвей, т.е.  $n = m + j$ .

В двойственных сетях постоянны размерности подпространств замкнутых и разомкнутых путей. Замкнутому пути в сети соответствует разомкнутый путь в двойственной сети, и наоборот:  $n = \underline{n}$ ,  $m + \underline{m} = n$ ,  $j + \underline{j} = \underline{n}$ . Слиянию двух узлов в сети соответствует разделение узла на два в двойственной сети, и наоборот. При изменении структуры двойственных сетей общая размерность подпространств замкнутых путей и разомкнутых путей остается постоянной. Сумма метрических тензоров постоянна.

Есть важная особенность. Замкнутый путь можно выразить как через замкнутые пути, так и через разомкнутые пути. Например, вы отправились в путь и достигли цели. А затем решили вернуться другим путем. Волхвы пришли к месту рождения Христа, а затем, получив откровение, иным путем возвратились в свои земли. Однако разомкнутый путь нельзя представить только замкнутыми путями. В матрице преобразования один квадрант всегда остается нулевым – тот, который связывает разомкнутые пути и замкнутые пути.

Мужская X-хромосома в соединении с женской X-хромосомой дают женский пол, подобно тому, как замкнутые пути могут выражать только замкнутые пути. Мужская Y-хромосома в соединении с женской X-хромосомой дают мужской пол, подобно тому, как разомкнутые пути могут выражать как контуры, так и разомкнутые пути. Мужское поведение более разомкнуто, направлено на внешнюю среду, «поиск добычи». Женское поведение более направлено внутрь, на «хранение очага».



### Пример ориентации ветвей в двойственных сетях из 6 ветвей

Если сопротивления ветвей равны единицам ( $Z = Y = I$ ), то инвариант двойственности связывает матрицу решения (метрики) сети и матрицу решения двойственной сети:

$${}^m C ({}^m C_t {}^m C)^{-1} {}^m C_t + {}^j A ({}^j A_t {}^j A)^{-1} {}^j A_t = {}^m C ({}^m C_t {}^m C)^{-1} {}^m C_t + {}^m \underline{C} ({}^m \underline{C}_t {}^m \underline{C})^{-1} {}^m \underline{C}_t = I$$

Здесь  ${}^m C = {}^j \underline{A}$  – матрица преобразования замкнутых путей сети, или разомкнутых путей двойственной сети, а  ${}^j A = {}^m \underline{C}$  – матрица преобразования разомкнутых путей сети, или замкнутых путей двойственной сети,  $I$  – единичная матрица. Это закон структуры, не связанный с материей. Сюда входят только матрицы преобразования путей.

Закон структуры проявляется в физических цепях. Если ветви сети имеют весо-сопротивления (собственные и взаимные), с матрицей сопротивлений (метрический тензор)  $Z \neq I$ , ( $Z = Y^{-1}$ ), то инвариант двойственных сетей для замкнутых путей примет вид:

$${}^m C ({}^m C_t Z {}^m C)^{-1} {}^m C_t + Y {}^m \underline{C} ({}^m \underline{C}_t Y {}^m \underline{C})^{-1} {}^m \underline{C}_t Y = Y = (Z)^{-1}$$

Для разомкнутых путей инвариант имеет двойственный вид, с заменой  $C$  на  $A$ ,  $Z$  на  $Y$ . Инвариант связывает метрические тензоры двойственных сетей (цепей). Компоненты вектора потока энергии расположены в базисе замкнутых (внутреннее воздействие) или разомкнутых (внешнее воздействие) путей. Сумма мощностей, рассеиваемых в двойственных сетях постоянная. Сеть и двойственная сеть дополняют друг друга, это единый объект. По физической сути инвариант двойственности есть *закон сохранения потока энергии*. Этот закон по физической размерности идет после закона сохранения энергии, и является физико-структурным законом.

Фундаментальное значение данного закона сохранения в том, что поток энергии в любой структуре, сети (электрической, технической, экономической, биологической) сопровождается потоком в двойственной сети. Возможно, что двойственная сеть расположена в *ненаблюдаемом в настоящее время* двойственном пространстве. Двойственные пространства составляют единое пространство с двойным числом измерений.

При распространении потока энергии двойственное пространство может контактировать с объектами в наблюдаемом пространстве, проявляя себя при изменении структуры систем, по которым распространяется энергия. Это расширяет представление о физическом мире. К осознанию фундаментальной роли структурных связей движется физика, где предлагаются теория струн и другие гипотезы многомерного мира, параллельных пространств и других Вселенных. Мозг представляет собой электромагнитную систему, обладающую сложной структурой, для которой должна существовать двойственная структура. Эта двойственная сеть может располагаться в ненаблюдаемом пространстве. При изучении сознания и подсознания следует учитывать, что некоторая часть процессов может протекать вне наблюдаемой телесной оболочки. Академик Н. Бехтерева говорила о возможности существования «зазеркалья» в мозге.

Крон использовал эквивалентные электрические цепи в качестве эталонной системы для моделирования физических, технических и экономических систем, используя аналогии процессов и структуры. Были построены модели в виде эквивалентных электрических цепей для уравнений поля Максвелла (1944), Шредингера (1945), Навье-Стокса, модели упругих систем (строительные конструкции, разрезные диафрагмы турбин), модели электронных ламп, электрических машин, сетей передачи электроэнергии, ядерного реактора, транспортной задачи и другие.

Для управления развитием социально-экономических систем в условиях глобализации, роста специализации, усложнения хозяйственных связей, необходимо создать сетевые модели экономических систем..

Экономика начинается с разделения труда, с возникновения хозяйственных связей, т.е. с возникновения структуры отношений. В натуральном хозяйстве есть все свое – обмены не нужны, связи с соседями не интересны. Хотя нужны брачные связи, «перекрестное опыление». Не всегда же влюбляются близнецы – брат и сестра, как у Вагнера, в «Кольце нибелунгов». Хозяйственные обмены приводят к товарно-денежным отношениям.

Нарушение структуры хозяйственных связей губительно для экономического развития. После революции и гражданской войны 1917-1921 гг. российскими экономистами В. Базаровым и В. Громаном был проведен анализ восстановительного роста экономики. Обнаружилось, что при всех потерях и разрухе важнейшим фактором падения производства стало нарушение хозяйственных связей.. После распада СССР на 15 независимых частей также была нарушена структура хозяйственных связей при сохранении природного, промышленного, человеческого потенциала. В результате, по данным ЦЭК при Правительстве РФ, индекс интенсивности промышленного производства со 100% в январе 1990 г. снизился до 38% в августе 1998 года, т.е. в 2,5 раза.

Автор разработал сетевую модель межотраслевого баланса, влияния структуры связей на производство, используя аналогии с электрической цепью. По физическому смыслу модель применима для анализа хозяйственных связей на уровне предприятий, отраслей, регионов, государств, и обеспечивает расчет производства продуктов и потребления ресурсов для вариантов управления развитием, структурных реформ, последствий разделения экономической системы на части или создания союзов, и т.д. Двойственная сеть отражает структуру финансовой системы, и представляет потоки денежных средств.

Это первая сетевая модель, когда живая (экономическая) система представлена неживой (технической) системой за счет применения тензорных величин, связи процессов и структуры, инвариантов двойственности. Токи представляют потоки продуктов, а напряжения моделируют финансовые воздействия (потоки денежных средств). Отрасли (производства) выпускают продукты для удовлетворения спроса (плана) и межотраслевых поставок; потребляют ресурсы и продукцию друг друга. Задача состоит в расчете валового выпуска отраслей и ресурсов, обеспечивающих спрос и поставки по системе уравнений.

$$X_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^n x_{\alpha\beta} + y_{\alpha}$$

где валовые выпуски отраслей  $X^{\alpha}$  ( $\alpha = 1, \dots, n$ ) дают план  $y_{\alpha}$  и поставки  $x_{\alpha\beta}$ . Поставку задает коэффициент прямых затрат  $a^{\alpha\beta}$  (количество продукта отрасли  $\alpha$  для производства единицы продукта отрасли  $\beta$ ):  $x_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} X_{\beta}$ . Поток ресурсов задает коэффициент  $b_{\gamma\beta}$  – количество ресурса  $\gamma$  для производства единицы продукта отрасли  $\beta$ :  $r_{\gamma\beta} = b_{\gamma\beta} X_{\beta}$ .

Решение сводится к обращению экономической матрицы Леонтьева,  $(I - A)$ . Для реальных задач порядок этой матрицы составляет тысячи строк и столбцов, а время решения превышает период планирования. Это затрудняет управление экономикой. Сетевая модель включает все связи потоков в системе. Уравнения приведены к тензорному виду, т.е. при изменении структуры хозяйственных связей величины преобразуются линейно.

Модель открытая, т.е. любую отрасль можно перевести в разряд ресурсов (и наоборот). Можно добавить или исключить отрасли; изменить поставки и ресурсы. Связь потоков продуктов записана как закон сохранения потоков на *выходе* отраслей, аналогично закону Кирхгофа. Формулы для коэффициентов прямых затрат и ресурсов аналогичны законам Ома. Также есть связь потоков в узлах *входа* отраслей, откуда следует:

$$\sum a^{\alpha\beta} + \sum b^{\alpha\beta} = 1.$$

Физически это означает: для выпуска продукта нужны *все* необходимые поставки и ресурсы – условие очевидное, но необходимое для тензорного вида уравнений.

Если в отраслях выпуск на выходе равен выпуску на входе, то система работает в стационарном режиме; потоки продуктов постоянны. Метрический тензор единичный, соответствует декартовым координатам. При изменении структуры связей, спроса, ресурсных возможностей, система работает в переходном режиме, тогда системы координат становятся криволинейными, а метрический тензор на каждом шаге вычислений меняет кривизну пространства; за счет этого система настраивается на новый баланс потоков продуктов. Это аналогично переходным процессам в электрических машинах. Изменение кривизны показывает переходные процессы, в частности, при изменении структуры связей, разделении на независимые подсистемы, при внедрении инноваций.

Соответствие между продуктами и сетью обеспечивают двойственные источники в замкнутых путях; для этого введены источники ЭДС в ветвях поставок. Их величина определяется итерациями при учете обмена продуктами между отраслями. Применение двойственности позволяет представить процессы в живой системе экономики комбинацией двойственных величин в сети – неживой электрической цепи. Двойственные отклики замкнутых и разомкнутых путей в совокупности представляют сумму компонент – потоков продуктов в отраслях:

$$X_p^\alpha = I_n^\alpha + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{n\mu}^\alpha = \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^\mu y^\beta = y^\alpha + a_{\alpha\beta} y^\beta + (a_{\alpha\beta})^2 y^\beta + \dots + (a_{\alpha\beta})^{p-1} y^\beta,$$

поставок между отраслями:

$$x_p^{\alpha\beta} = I_m^\alpha + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{m\mu}^\alpha = (a_{\alpha\beta})^{p-1} y^\beta$$

ресурсов, потребляемых отраслями:



$$r_p^{\gamma\alpha} = l_r^\alpha + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{r\mu}^\alpha = b_{\gamma\alpha} (y^\alpha + \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^\mu y^\beta)$$

Суммы двойственных контурных и узловых токов, численно равны потокам продуктов в отраслях, поставках и ресурсах, получаемых при вычислении  $p$  членов степенного ряда (при обращении экономической матрицы). Для расчета по частям сеть делится на подсистемы, решения которых затем алгоритмически соединяют в решение всей системы. Такой алгоритм обеспечивает многократное снижение объема вычислений.

Потоки продуктов представлены комбинацией контурных и узловых токов (отклики на источники двух видов). Сетевая модель генерирует также ковариантные компоненты вектора потока энергии (напряжения на ветвях сети). Они представляют пропорции денежных средств (например, оборотные средства) в системе производства для обеспечения заданного выпуска. Пропорции, поскольку денежные потоки измеряются с точностью до стоимости денежной единицы (в энергетическом эквиваленте), точно так, как потенциал измеряется не абсолютно, а относительно нулевого узла (заземления).

Таким образом, сетевая модель сама генерирует величины, которые дают новое знание о системе. Это дает подход к решению задачи объединенного материально-финансового баланса, которая не решена и в настоящее время.

Роль метрических характеристик в экономике играют не только коэффициенты прямых затрат, которые устанавливают меру отношений между отраслями, а также энергетические эквиваленты между спросом и производством. В сети денежных потоков, которая является *двойственной сетью* по отношению к сети продуктов, роль метрики играют ставки процентов за привлечение и размещение денежных средств.

В экономике известна двойственность потоков продуктов (товаров и услуг) и денежных средств (платежей, кредитов и долговых инструментов). Потоки продуктов и денежных средств между хозяйствующими субъектами движутся по разным сетям, но с двойственной структурой. Это позволяет рассматривать хозяйство как «живую» электромагнитную систему. Она отличается от технических систем тем, что не только рассеивает, но и накапливает потоки энергии, обеспечивая расширенное воспроизводство, развитие общества.

Такая модель обеспечивает применение физической экономики для расчета вариантов развития производственно-финансовых систем в интересах управления устойчивым развитием общества. Для моделирования инновационной экономики, когда постоянно происходит структурная перестройка, возникают новые отрасли, в условиях изменения структуры цен, модель должна отражать изменения в потоках продуктов при изменении цен, а также изменения в ценах при изменении потоков продуктов; обеспечить расчет состояния и перспектив таких изменений. Например, влияние снижения производства нефти на динамику

мировых цен, или снижение цен на компьютеры в условиях насыщения рынка. Или изменение стоимости в долларах: нефти, золота, серебра, евро, иены – при уменьшении стоимости валюты США, что наблюдается в последние годы.

Математический метод, который связывает изменения физических величин – это уравнения Максвелла. Они были получены на основе сетевой модели, которая сложилась в результате анализа опытов Фарадея и представлены в работе Максвелла «О физических силовых линиях», опубликованной в 1861 году. Если воздействием является изменение магнитного поля, то откликом является поток электрической энергии, ток. Переходный процесс постепенно распространяется в среде. При снятии нагрузки ток, в виде движения зарядов, поддерживает магнитное поле, сопротивляется его мгновенному затуханию.. Если воздействие – электродвижущая сила, то ее изменение приводит в движение потоки энергии. Вихри магнитного потока постепенно передают энергию соседним вихрям. А те, своим вращением, заставляют двигаться другие носители электрического тока. При снятии нагрузки вихри своей инерцией поддерживают ток, сопротивляясь его мгновенному затуханию.

Потоки денежных средств замкнуты внутри общества, и тем аналогичны всегда замкнутым магнитным потокам. Электрические токи представляют движение продуктов от природы к субъектам хозяйства, далее через рынок на потребление, с утилизацией в природе. Вихри магнитного поля представляют оборот кредитно-денежных средств через расчетные счета в банках.

Исследования по сетевому моделированию экономических систем проведены при поддержке РФФИ, проекты 05-06-80302-а и 07-06-00209–а.