

## Суть проблемы в основаниях математики

### Структура:

1. Почему человечество создало математику?
2. Почему математика устроена аксиоматически?
3. Почему ЗНАНИЕ математики не гарантирует УМЕНИЯ пользоваться ей в конкретном проектировании систем?
4. Какова «ключевая идея», которая приблизила нас к современному уровню понимания математики?

### 1. Почему человечество создало математику?

Бренность человеческой жизни и мечта о бессмертии рождают странные миры: мир мифов, мир сказок, мир художественной литературы, мир музыки и т.п., которые можно назвать МИРАМИ ИСКУССТВА или ИСКУССТВЕННЫМИ МИРАМИ. К числу таких искусственных миров и принадлежит мир математики. Каждый из искусственных миров НЕОБХОДИМ ЧЕЛОВЕЧЕСТВУ, но остается неясным, почему человечество должно было ПРИДУМАТЬ эти миры, и какую роль играют они в истории человечества?

Хотя придуманных миров довольно много, мы стоим перед необходимостью выделить из этого РОДА тот ВИД, который и именуется математикой. Это мир «идеальных объектов», которые обладают уникальным свойством — они «остаются тождественными САМИ СЕБЕ». В этом смысле на объекты математики НЕ ДЕЙСТВУЕТ ВРЕМЯ, они обладают как бы «вневременным бытием».

Такие объекты, как прямая линия, квадрат, окружность и т.д. не могут быть «физически изготовлены», все они «чистые произведения мысли», но отличаются от всех других произведений мысли именно своей тождественностью самим себе. Нелепая попытка некоторых физиков отождествлять «прямую линию» с траекторией солнечного луча опровергается каждым школьником, который знает эффект рефракции и то, что солнечный луч при закате «загибается».



**Жюль Анри Пуанкаре Jules Henri Poincaré;** (1854—1912)

А.Пуанкаре полагал, что первой математической абстракцией является абстракция «абсолютно твердого тела», а «прямая линия» может быть определена не проще, чем через «ось вращения абсолютно твердого тела».

Этот мир неизменных объектов, тождественных самим себе, в форме циклов и эпициклов послужил Птолемею основой для ПРЕДСКАЗАНИЯ солнечных и лунных затмений, а также моментов весеннего и осеннего равноденствий, знание которых давало возможность ПРЕДСКАЗЫВАТЬ разлив Нила. Связь «математического мира» и наблюдаемых явлений природы породила профессию ЖРЕЦОВ, которые и являются подлинными прародителями современной математики.

Когда на историческом горизонте возникает фигура Кеплера, то не только изменяется «картина мира», но траектории планет ОТОЖДЕСТВЛЯЮТСЯ с эллипсом планетной орбиты. Этот НЕИЗМЕННЫЙ ЭЛЛИПС и есть ПЕРВЫЙ закон ПРИРОДЫ, зафиксированный на первых шагах науки нового времени. Здесь мы видим, что если НЕЧТО, наблюдаемое в природе, мы можем ОТОЖДЕСТВИТЬ с некоторым объектом математики, то этот математический объект явится ПРАВИЛОМ, на которое не действует ВРЕМЯ. Но такое свойство и есть то, что мы с этого времени будем называть **ЗАКОНОМ ПРИРОДЫ**.

Есть большая правда в том, что природа говорит с нами на «языке математики», но не надо забывать, что ЗАКОНЫ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ не есть математические

символы, изображенные на небесном своде. Создание мира неизменных объектов впервые позволило человечеству освоить понятие «**ЗАКОНА ПРИРОДЫ**» как чего-то такого, что **СУЩЕСТВУЕТ** и что не подвержено ходу действительного **ВРЕМЕНИ**.

В истории математики тоже существовало такое время, когда со словом «**ЗАКОН**» ассоциировался не инвариантный объект, тождественный сам себе, а лишь **ПРАВИЛО**, по которому одному математическому объекту ставился во «взаимно однозначное соответствие» другой математический объект. В настоящее время вся совокупность таких правил рассматривается (говоря языком геометрии) в качестве **ПРАВИЛА** преобразования координат, а то, что остается при преобразованиях координат **БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ**, и есть **ИНВАРИАНТ**.

Координатные представления теперь отождествляют с той или иной субъективной точкой зрения (в физике — это различие «наблюдателей»), а **ИНВАРИАНТ** — это то, что не зависит от частной точки зрения. Но именно **ЗАКОНЫ ПРИРОДЫ** и есть то, что не зависит от точки зрения того или иного человека, являясь, по выражению В. И. Вернадского, общеобязательной частью научного мировоззрения.

**Итак, если бы человечество не создало мира математики, то оно никогда не смогло бы обладать НАУКОЙ. Только мир математики и позволил человечеству получить понятие «ЗАКОН», как то, над чем не властно даже ВРЕМЯ.** Не следует думать, что описанное выше принадлежит авторам: известно библейское выражение — «И это было...» В подтверждение приведем высказывание И.Канта более чем двухсотлетней давности: «**Учение о природе будет содержать науку в собственном смысле лишь в той мере, в какой может быть применена в нем математика...**»

## 2. Почему математика устроена аксиоматически?

Для начала приведем несколько «аксиом», которые вне геометрии принято называть «исходными правильными формулами».

Рассмотрим три выражения:  $1 + 1 = 2$ ;  $1 + 1 = 1$ ;  $1 + 1 = 0$ .

Все три приведенные выше формулы представляют собой иллюстрацию алгоритмически неразрешенных проблем. Можно ли доказать «истинность» этих «исходных правильных формул»?

Все три приведенные формулы мы можем привести к общему виду. Для этого заменим одинаковые выражения в левых частях буквой  $A$ . Поскольку все правые части отличаются по написанию от левой, а также друг от друга, то заменим их буквами  $B$ ,  $C$ ,  $D$  соответственно:

$$A = B; \quad A = C; \quad A = D.$$

Следуя за Гильбертом (но не за Брауэром и Вейлем), попробуем использовать принцип «исключенного третьего».

Относительно любой буквы справа мы можем задавать вопрос: «Есть ли она буква  $A$  “или” не- $A$ ?» Совершенно очевидно, что мы три раза получим ответ: «не- $A$ !»

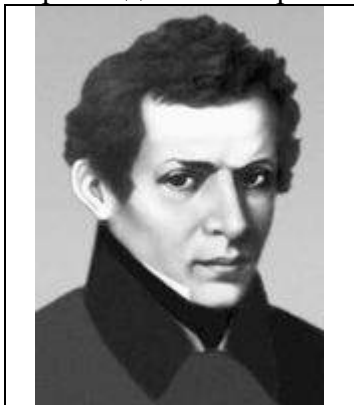
Запишем этот результат. Все формулы приобретают один и тот же вид:

$$A = \text{не-}A; \quad A = \text{не-}A; \quad A = \text{не-}A.$$

Нетрудно видеть, что **ЛЮБАЯ ИСХОДНАЯ ПРАВИЛЬНАЯ ФОРМУЛА**, у которой правая часть от знака равенства только **ПО НАПИСАНИЮ** отличается от левой части, будет приведена к **ПРОТИВОРЕЧИЮ**. Этот факт был всегда известен серьезным математикам, что привело к предложению О. Веблена и Дж. Юнга в их «Проективной

геометрии» начала нашего века заменить математический термин «аксиома» на более подходящий термин «ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ».

Однако, как известно тоже около двухсот лет в философии, каждому ПОЛОЖЕНИЮ соответствует некоторое ПРОТИВОПОЛОЖЕНИЕ (по-немецки первому соответствует термин «Satz», а второму «Gegensatz»), что предполагает НЕОБХОДИМОСТЬ рассматривать КАЖДОЕ положение вместе с его противоположением. Если классические аксиомы геометрии, как систему предположений, отождествить с именами творцов математики, то мы получим СДВОЕННЫЕ геометрии: Евклидова и не-евклидова, Архимедова и не-архимедова, Дезаргова и не-дезаргова, Паскалева и не-паскалева, и т.д.



Николай Иванович  
Лобачевский  
(1792 — 1856)

Первый шаг к рассмотрению «категориальных пар» в математике был совершен Н. И. Лобачевским и Я. Бойяи. Но это и был тот шаг, который демонстрирует ПЕРЕХОД от традиционной математической логики к логике диалектической. Про последнюю наговорено столько нелепостей, что о ее значении для МАТЕМАТИКИ почти ничего не известно. Диалектическая логика — это логика, которая относится ТОЛЬКО к аксиомам или ПРЕДПОЛОЖЕНИЯМ математических теорий. Лучше всего об этом писал Н. И. Лобачевский:

«Общая логика называется также АНАЛИТИКОЮ, равно как и прикладная логика — ДИАЛЕКТИКОЮ».

В этой же работе он демонстрирует полное понимание, что математические следствия из математических предположений всегда были, есть и будут «истинными в математическом смысле». Но наличие ВОЗМОЖНОГО противоречия выводов из математической теории с реальностью только указывает, что мы используем теорию за границами нами же установленных ПРЕДПОЛОЖЕНИЙ.

Любое высказывание, утверждение или ПОЛОЖЕНИЕ, высказанное на естественном языке, не является той ЛОГИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ, в которой выражается ИСТИНА. Всякая исходная логическая форма, содержащая ПРОТИВОРЕЧИЕ, является той формой, в которой фиксируется «исходная правильная формула». Мы это демонстрировали в виде трех формул в начале этого раздела:

$$1 + 1 = 2; \quad 1 + 1 = 1; \quad 1 + 1 = 0.$$

Математический СМЫСЛ этих трех утверждений весьма прост. Первая формула принадлежит арифметике. Вторая — это формула алгебры Буля, утверждающая, что «универсальное множество (обозначенное как “1”) будучи сложено с самим собой — есть то же самое универсальное множество». Третья формула определяет сложение по модулю 2.

Наличие работ с высказыванием, или положением, которое имеет вид математической аксиомы, сопровождает процесс ОСМЫСЛИВАНИЯ: « $A$  есть  $B$ » и « $B$  есть  $A$ » — отождествление. Оно означает РАВЕНСТВО  $A$  и  $B$  в некотором «отношении». Но одновременно с этим существует еще и НЕРАВЕНСТВО  $A$  и  $B$ : « $A$  не-есть  $B$ » и « $B$  не-есть  $A$ » — противопоставление.

«Визуализацию» этого положения очень хорошо демонстрировал П. С. Новиков. Он показывает точку, поставленную карандашом на бумаге. Затем предлагает представить себе координатную сетку, нарисованную на кальке. Накладывая эту координатную сетку на бумагу с изображением точки, мы получаем запись  $A(x_1, y_1)$ , где  $x_1, y_1$  — координаты нашей точки в первой координатной системе. Затем берем вторую координатную сетку на кальке и кладем ее сверху первой сетки. Во второй координатной системе та же самая

точка получает координаты  $B(x_2, y_2)$ , где  $x_2, y_2$  — координаты нашей точки во второй системе координат. Теперь мы можем получить выражение, которое соответствует булевой переменной:

«Являются ли координаты  $A(x_1, y_1)$  координатами ТОЙ ЖЕ САМОЙ ТОЧКИ, которая имеет координаты  $B(x_2, y_2)$  во второй системе координат?»

Здесь возможен ОДИН И ТОЛЬКО ОДИН ОТВЕТ: либо «ДА», либо «НЕТ».

Никакой другой способ не дает «математически чистого» определения булевой переменной. Теперь мы можем получить и ПОНЯТИЕ «АЛГОРИТМ».

Это ПРАВИЛО- $F$ , которое позволяет по координатам ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ТОЧКИ, данным в первой системе координат, найти координаты той же самой точки во второй системе координат.

$$B(x_2, y_2) = F \& A(x_1, y_1).$$

Устройство математики, благодаря ее аксиоматической конструкции, позволяет передавать ВСЕ, ЧТО ПОНЯТО, в вычислительную машину. Это открывает возможность создания «банка теорий», охватывающих все предметные области, т. е. все профессиональные знания.

Подведем итог: **аксиомы, которые правильно называть ПРЕДПОЛОЖЕНИЯМИ, не могут рассматриваться без своего «отрицания», т. е. ПРОТИВОПОЛОЖЕНИЯ.**

Всякое ПОЛОЖЕНИЕ во всех случаях имеет ГРАНИЦУ, за пределами которой оно «превращается» в свою ПРОТИВОПОЛОЖНОСТЬ. Этот переход за ненаблюдаемую в математике ГРАНИЦУ, есть изменение КАЧЕСТВА. Этот переход через ГРАНИЦУ, т. е. переход к другому КАЧЕСТВУ, порождает известные математические «трудности»: нелинейность, бифуркацию, катастрофу и т. п. — математические термины, выражающие РАЗРЫВ непрерывности, СКАЧЕК или изменение ПРАВИЛА.

Интерпретация математической теории ВСЕГДА имеет границы применимости, ибо однозначное соответствие получаемых СЛЕДСТВИЙ принятым АКСИОМАМ (другое название ПРЕД-посылок) соответствует ЛИНЕЙНОМУ МИРУ, а физическая реальность поражает нас своей существенной НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ. Этот факт и вносит кардинальное различие между миром математики и реальностью. Мы нуждаемся в таком МАТЕМАТИЧЕСКОМ определении НЕЛИНЕЙНОСТИ, которое, будучи перенесенным в прикладную область, позволяло ИЗМЕНЯТЬ АКСИОМЫ (ПРЕД-посылки), сохраняя старую теорию в тех границах, где она соответствует наблюдаемым фактам. Простейшим примером такого рода является создание не-евклидовой геометрии Н. И. Лобачевским и Я. Бойяи. Такое изменение АКСИОМ сохраняет старую теорию и в то же время позволяет существовать НОВОЙ теории.

Мы предполагаем, что изменение ТИПА научной теории соответствует в основаниях математики СМЕНЕ АКСИОМ. Данное явление проявляет себя так, что при простом изменении некоторого параметра поведение системы РЕЗКО ИЗМЕНЯЕТСЯ. Предсказания старой теории в этой области перестают соответствовать экспериментальным данным, наблюдаемым в этой области. Такое изменение поведения системы при изменении некоторого параметра можно называть «бифуркацией», можно описывать подобные изменения особой теорией («теория катастроф»), но существо дела этим не объясняется.

Итак, если бы математика не была устроена аксиоматически, то наука не имела бы понятия доказательство. Доказательство в математике — это то, что следует из аксиом.

### 3. Почему ЗНАНИЕ математики не гарантирует УМЕНИЯ пользоваться ей в конкретном проектировании систем?

Тот, кто когда-нибудь пережил «ОЗАРЕНИЕ» легко поймет, что всякое математическое описание той или иной предметной области, это — ВСПЫШКА, которая так правильно названа «ОЗАРЕНИЕМ». Озарение «не-логично», вернее, оно «не-логично» в смысле математической логики. Если всякий акт творчества, как «не-логичный», можно считать ЧУДОМ, то все творческие люди, хотя они и не волшебники, но они... «учатся» волшебству.

Если принять во внимание, что каждое такое ЧУДО являет себя в математической форме, то НЕОБХОДИМОСТЬ владения математикой не подлежит сомнению. Тем не менее, как и принято в математике, необходимое условие еще не является условием ДОСТАТОЧНЫМ. Именно эта «недостаточность» чисто математического образования и не позволяет РЕГУЛЯРНО творить ЧУДЕСА, что легко обнаруживается при переходе от «высказываний» на естественном языке к логическим формам математики.

Известно, что в грамматическом предложении мы выделяем подлежащее и сказуемое. Подлежащим обычно является имя существительное, а роль сказуемого выполняет глагол. Хотя процесс превращения «подлежащего» грамматической формы в «субъект» логической формы и «сказуемого» грамматической формы в «предикат» логической формы потребовал тысячелетий развития культуры научного мышления, **мы должны зафиксировать терминологическое различие грамматической формы от логической формы.** Это означает, что термин «подлежащее» как и термин «сказуемое» мы будем использовать для описания грамматической формы предложения, а термины «субъект» и «предикат» только для описания логической формы суждения.

Уже грамматическая форма предложения намечает расчленение явлений наблюдаемого мира на два больших класса:

- класс предметов (пространственно-протяженных тел);
- класс движений (характеризуемых длительностью).

Различие между ОПЕРАТОРОМ и ФУНКЦИЕЙ передачи управления — это лишь одно различие. Хотелось провести еще одно расчленение: расчленение ОБЪЕКТА, над которым осуществляется ОПЕРАЦИЯ, и самого ОПЕРАТОРА, который осуществляет эту операцию.

Учитывая специфические особенности вычислительных машин и специфику самой математики, мы можем дать следующий классификатор ВСЕХ возможных задач (систем УРАВНЕНИЙ), которые решали, решают и будут решать вычислительные машины.

СУЩЕСТВУЕТ список ВСЕХ ВОЗМОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ, с которыми мы можем встретиться в задачах программирования. Они различаются друг от друга «РАЗМЕРНОСТЬЮ». Размерность является «ИМЕНЕМ КАЧЕСТВА» математического объекта. Набор «ИМЕН» мы берем из языка ГЕОМЕТРИИ. Фактически это «размерность симплекса» комбинаторной топологии. Итак:

1. Нульмерный симплекс — «точка».
2. Одномерный симплекс — «отрезок» или 1-длина.
3. Двумерный симплекс — «площадка» или 2-длина.
4. Трехмерный симплекс — «объем» или 3-длина.
5. Четырехмерный симплекс — ... или 4-длина.

...

*K.* *K*-мерный симплекс — ... или *K*-длина.

Учитывая изложенное, полезно добавить «собственное имя точки» как 0-длина (рис. 1).

#### Что такое мера Лебега? ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЯ ДЛИНА

- 0-длина — точка  $[L^0 T^0]$  или 0-матрица
- 1-длина — отрезок  $[L^1 T^0]$  или 1-матрица
- 2-длина — площадь  $[L^2 T^0]$  или 2-матрица
- 3-длина — объем  $[L^3 T^0]$  или 3-матрица
- 4-длина — тор  $[L^4 T^0]$  или 4-матрица
- 5-длина — гипертор  $[L^5 T^0]$  или 5-матрица
- .....
- $n$ -длина     $n$ -матрица

**КАК ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МЕРЫ МАТЕМАТИКИ  
СВЯЗАНЫ С МЕРАМИ ВРЕМЕНИ?**



Рис. 1

Геометрические объекты могут быть представлены в форме  $n$ -матриц (рис. 2).  
**Геометрические объекты как  $n$ -матрицы Г.Крона:**

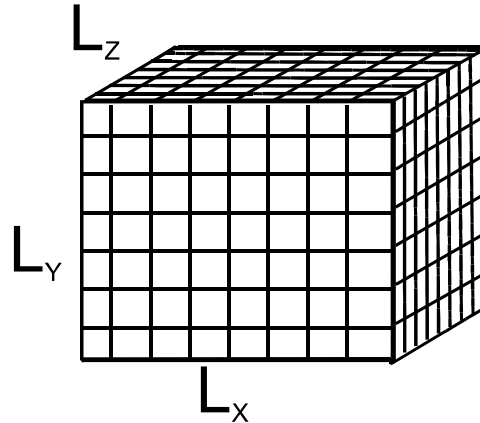
$L^0$  — точка, 0-длина или 0-матрица:  $L^0 =$

$L^1$  — отрезок, 1-длина или 1-матрица:  $L_x^1 =$  a | b | c | d

$L^2$  — площадь, 2-длина или 2-матрица:

	$L_X$				
	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
	$1$	$g$	$h$	$i$	$j$
$L_Y$	$k$	$l$	$m$	$n$	$g$
	$p$	$r$	$c$	$t$	$f$

$L^3$  — объем, 3-длина или 3-матрица:



$L^4$ , 4-длина или 4-матрица:

$$L^4 = L * L^3$$

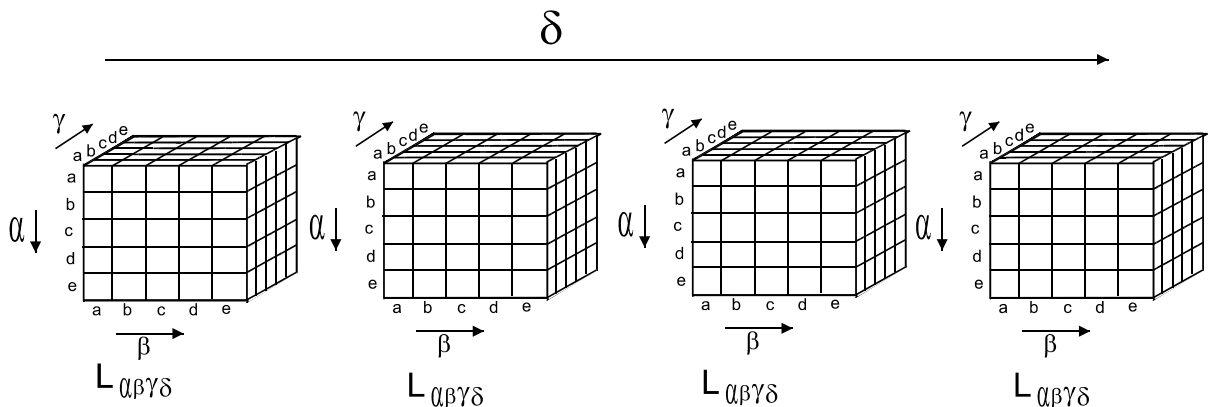


Рис. 2

Превращение геометрического объекта соответствующей размерности в математический ТЕКСТ предполагает введение той или иной системы координат. Очевидно, что «размерность» координатной системы (для размещения геометрического объекта) должна быть как минимум НА ЕДИНИЦУ РАЗМЕРНОСТИ БОЛЬШЕ.

Так, например, для помещения «точки» нам необходима координатная система типа «отрезок» или 1-длина. В вычислительной машине может располагаться лишь конечное число точек, т. е. точки на отрезке «занумерованы» в виде булевых переменных. Для определения положения точки на отрезке нам НЕОБХОДИМЫ ДВЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ!

Что это означает? Две системы координат позволяют ЗАДАВАТЬ ВОПРОС примерно такого типа: «Является ли число  $A$  координатой ТОЙ ЖЕ САМОЙ ТОЧКИ, которая

обозначена числом  $B$  в другой системе координат?» Если ответ положителен, то мы говорим «ДА». Если ответ отрицателен, то мы говорим «НЕТ». Приведенная иллюстрация показывает нам математически ТОЧНОЕ понятие «булевой переменной».

Даваемое понятие «АЛГОРИТМ» является точным описанием ПРАВИЛА, которое обеспечивает нахождение «второго имени» объекта данной размерности, данного в первой системе координат (это задание называется «исходными данными»), а «второе имя» (это называется «решением» поставленной задачи) — имя того же самого объекта в «конечной» (второй) системе координат.

Точно так же, как мы дали «имена» самим геометрическим объектам, можно дать «имена» всем возможным системам координат.

Такой перенумерованный список всех возможных систем координат и дает нам правило для записи алгоритмов.

Алгоритм определяется ТРЕМЯ «ИМЕНАМИ»:

1. Именем геометрического объекта.
2. Именем исходной системы координат.
3. Именем «желательной» или «конечной» системы координат.



**Карл Фридрих Гаусс**  
*Carl Friedrich Gauß*  
(1777—1855)

После изложенной точки зрения на все виды задач кажется, что задачи теории чисел не могут быть выражены на «языке геометрии». Это неверно. Первый пример использования геометрических образов в решении задач теории чисел продемонстрировал еще Гаусс.

Даны ДВА ВИДА ПРЕОБРАЗОВАНИЙ:

1. Преобразование КООРДИНАТ.
2. «ТОЧЕЧНОЕ» преобразование.

Эти два вида преобразований в МАТЕМАТИКЕ считаются «эквивалентными», то есть ТОЖДЕСТВЕННЫМИ.

В преобразовании КООРДИНАТ мы имеем дело с ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ «ТОЧКОЙ», а в «ТОЧЕЧНОМ» преобразовании мы имеем дело с ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ «СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ». В первом случае НЕИЗМЕННЫМ объектом преобразования (то есть ТЕМ, что ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ или ИНВАРИАНТНО) является «ТОЧКА», а во втором случае НЕИЗМЕННЫМ объектом в преобразовании является «СИСТЕМА КООРДИНАТ». В первом случае ИЗМЕНЯЕТСЯ — «СИСТЕМА КООРДИНАТ», а во втором случае ИЗМЕНЯЕТСЯ — «ТОЧКА».

Мы вполне согласны, что эти ДВЕ ТОЧКИ ЗРЕНИЯ на преобразование МАТЕМАТИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫ, но мы не можем сказать, что эта эквивалентность математическая сохраняется, когда мы переходим к ПРИЛОЖЕНИЯМ МАТЕМАТИКИ, т. е. К ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ.

### Измерение — наука

Здесь нам предстоит вернуться назад на половину тысячелетия. Только к середине пятнадцатого века само понятие «НАУКА» было связано с понятием «ИЗМЕРЕНИЕ», что и было совершено Николаем Кузанским. Проблема СООТНЕСЕНИЯ символов математических теорий с показаниями физических приборов — и есть проблема УМЕНИЯ использовать математику в решении прикладных проблем проектирования систем.





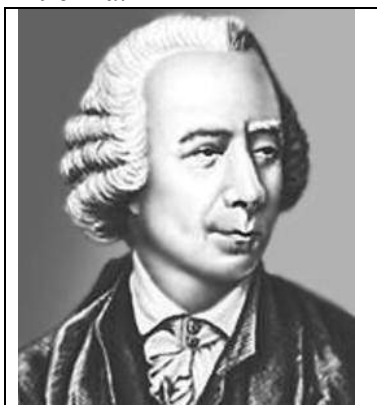
**Герман Минковский**  
*Hermann Minkowski*  
(1864 — 1909)

Уже двести лет тому назад, не без участия Канта, были сформулированы основные ЭСТЕТИЧЕСКИЕ понятия: «чувственное восприятие ДЛИТЕЛЬНОСТИ» и «чувственное восприятие ПРОТЯЖЕННОСТИ». Мы встречаемся с этими понятиями под названием либо ПРОСТРАНСТВА, либо ВРЕМЕНИ. И здесь мы встречаемся со «злым гением» Минковского. Это с его легкой руки начали считать ПРОТЯЖЕННОСТЬ и ДЛИТЕЛЬНОСТЬ одним и тем же. Если просто помнить, что комплексное сопряжение означает поворот на угол в  $90^\circ$ , то можно понять, что ВРЕМЯ может считаться «ортогональным» к пространственной ПРОТЯЖЕННОСТИ.

Мы уже имели исторический опыт Гамильтона, который (следуя Канту) хотел рассматривать алгебру, как НАУКУ О ЧИСТОМ ВРЕМЕНИ, считая ее дополнением к учению о ПРОСТРАНСТВЕ, изучаемому ГЕОМЕТРИЕЙ.

### Геометрия и хронометрия

Именно здесь мы можем ПРОТИВОПОСТАВИТЬ как противоположенные два понятия: «ГЕОМЕТРИЯ» и «ХРОНОМЕТРИЯ». Для сохранения исторической преемственности с классической математикой мы будем отождествлять ХРОНОМЕТРИЮ с ГОНИОМЕТРИЕЙ, следуя в этом пункте предложениям Ф. Клейна.



**Леонард Эйлер**  
*Leonhard Euler*  
(1707 — 1783)

Обратим внимание на РАЗЛИЧИЕ их ЕДИНИЦ. Классическое различие единиц длины, площади и объема мы выражаем СТЕПЕНЯМИ (лучше говорить о СТУПЕНЯХ). Совсем иначе обстоит дело с единицами ВРЕМЕНИ. Основная единица ВРЕМЕНИ дается выражением (через углы) по Эйлеру.

Соотношение между пространственными единицами и единицами времени есть соотношение между АДДИТИВНОЙ и МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ группами: сложению ДЛИН соответствует мультипликативное «сложение» УГЛОВ.

Не является предметом данного раздела обобщение сказанного до многомерных, пространств ГЕОМЕТРИИ и ХРОНОМЕТРИИ. Предложение О. Веблена по обобщению Эрлангенской программы Клейна позволяет совершить переход к многомерному времени.

#### 4. Какова «ключевая идея», которая приблизила нас к современному уровню понимания математики?

Мы формулируем эту ИДЕЮ, как идею введения КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ с инвариантом.

Н. И. Лобачевский хорошо понимал, что не может СУЩЕСТВОВАТЬ одной единственной математической теории, которая охватывает бесконечное разнообразие всех явлений окружающего нас мира. Где же выход?

## Множественность геометрий и множественность классов явлений природы

Если нельзя сделать по канонам Евклида ОДНОЙ, УНИВЕРСАЛЬНОЙ геометрии, то, может быть, можно сделать МНОГО РАЗЛИЧНЫХ ГЕОМЕТРИЙ, каждая из которых и будет описывать тот или иной класс явлений природы.

Если следовать совету Н. И. Лобачевского, то для **каждого вида «сил», которые действуют в природе, может существовать и своя особая «геометрия».**

В 1928 г. в Болонье состоялся очередной математический конгресс, и О. Веблен предложил ИНТЕГРИРУЮЩИЙ ПРИНЦИП — преобразования с инвариантом. То, что О. Веблен называет ИНВАРИАНТОМ, Схоутен (в противовес О. Веблену) называет «геометрическим объектом», а в теоретической физике это же самое, с легкой руки А. Эйнштейна, называют «тензор».

Таким образом, **каждый ЗАКОН ФИЗИКИ** представляется в «мире математики», как **СОХРАНЕНИЕ** или **ИНВАРИАНТНОСТЬ** некоторого геометрического образа. После того, как этот геометрический образ получает свою «интерпретацию» той или иной «ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ», мы покидаем «мир математики» и переходим в другой мир, который называется «мир математической физики».

«Имеется **ИНВАРИАНТНЫЙ ОБЪЕКТ**, т. е. **ТЕНЗОР**, или математическое выражение **ЗАКОНА**; дана “проекция этого инвариантного объекта” в первую или “исходную систему координат”, которая математически называется “исходные данные задачи”. “Решенная задача” или полученное на вычислительной машине “решение” — есть не что иное, как “вторая проекция” **ТОГО ЖЕ САМОГО ИНВАРИАНТНОГО ОБЪЕКТА** во “вторую систему координат”. Алгоритм решения или программа вычислительной машины есть не что иное, как **ПРАВИЛО** перехода от “исходной системы координат” в “конечную систему координат”, которая и выражает **РЕШЕННУЮ ЗАДАЧУ**» (рис. 3).

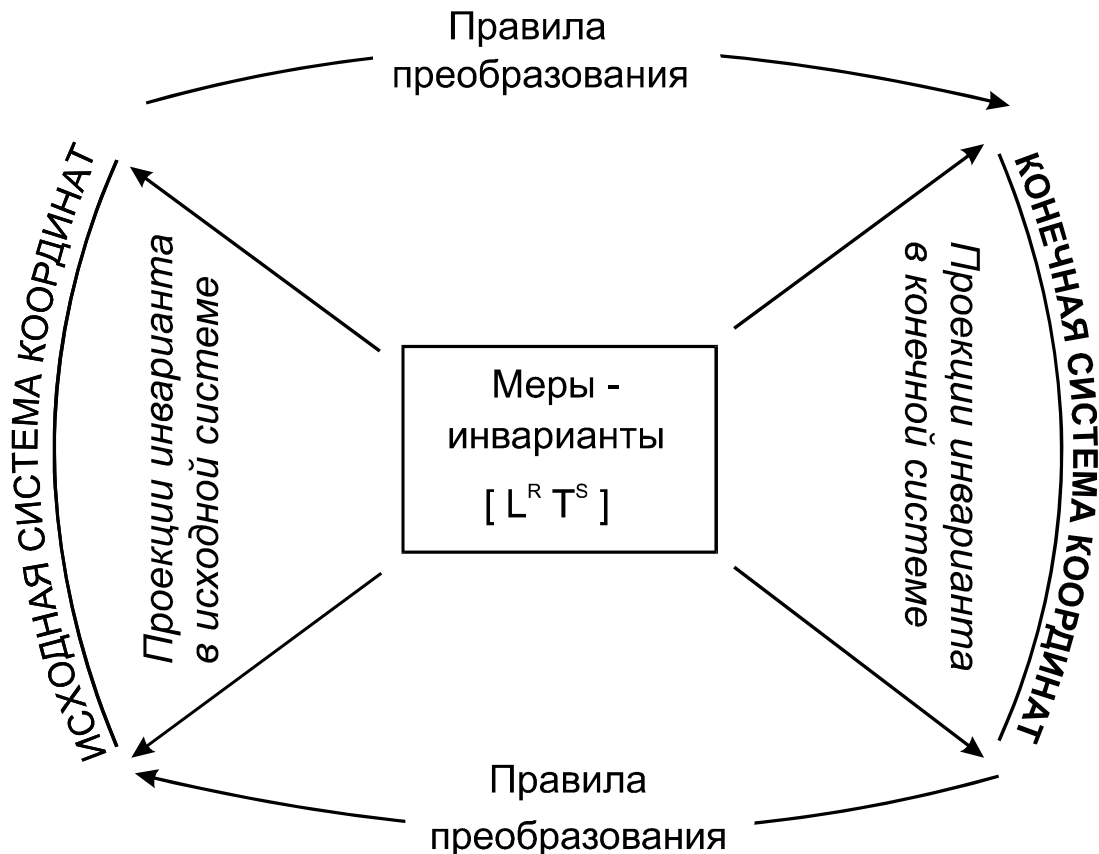


Рис. 3

Между идеальным миром математики и материальным миром физической реальности существует непримиримое противоречие: **объекты математической теории тождественны сами себе, а реальность представляет пестрый мир изменений и действительного развития.** Для получения математического описания реальности необходимо ОТКРЫВАТЬ ТО, что за видимостью ИЗМЕНЕНИЙ само остается БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ. Это и есть ИНВАРИАНТЫ, которые наука начала открывать со времен Кузанского, Коперника, Кеплера.

Итак, **неумение соотнести символы математических теорий с инвариантами науки и является ответом на вопрос: «Почему знание математики не гарантирует умения пользоваться ей при проектировании систем?»**

### **Заключение**

Мы рассмотрели ключевые вопросы, раскрывающие суть проблемы синтеза научных знаний с математическими знаниями.

Были рассмотрены и обсуждены четыре вопроса, имеющие непосредственное отношение к формированию научного мировоззрения:

1. Почему человечество создало математику?
2. Почему математика устроена аксиоматически?
3. Почему знание математики не гарантирует умения пользоваться ей в конкретном проектировании систем?
4. Какова ключевая идея, которая приблизила нас к современному уровню понимания математики?

### **Выводы**

**По каждому из названных вопросов получены следующие выводы:**

1. **Если бы человечество не создало математики, то оно никогда не смогло бы обладать наукой. Только мир математики и позволил человечеству получить понятие «ЗАКОН», как то, над чем не властно даже ВРЕМЯ.**
2. **Если бы математика не была устроена аксиоматически, то наука не обладала бы понятием ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Доказательство – это то, что следует из аксиом или предположений.**
3. **Неумение соотнести символы математических теорий с инвариантами (законами) науки и является ответом на вопрос: «Почему знание математики не гарантирует умение пользоваться ей при проектировании систем?».**
4. **Ключевая идея, которая приблизила нас к современному уровню понимания математики, есть идея ВВЕДЕНИЯ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ С ИНВАРИАНТОМ (ЗАКОНОМ).**
5. **Добавим к этим выводам еще один: проектирование устойчивого развития в системе «природа – общество – человек» будет «содержать науку в той мере, в какой может быть правильно применена в нем математика».**